**17 ПОСТУЛАТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ.**

При решении УШ можно найти пси-функцию и возможные значения энергии системы. Возможные значения энергии могут образовывать как дискретный, так и непрерывный спектр. Зная пси-функцию, можно найти плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке пространства. Можно найти среднее значение энергии. Однако для ответов на вопросы: какие физические величины (динамические переменные) могут иметь одновременно определенные значения, как найти среднее значение величины, какие динамические переменные системы должны быть заданы для того, чтобы ее состояние было полностью определено? Дать ответы на эти и другие вопросы позволяет использование соответствующего математического аппарата – теории линейных операторов. Необходимые сведения из этого раздела математики будут даны при изложении основных положений квантовой механики, которые можно сформулировать в виде следующих постулатов:

**Постулат 1.** **Состояние движения частицы описывается пси-функцией . Она удовлетворяет временному уравнению Шредингера**

**и удовлетворяет стандартным условиям (§10). Пси-функции, различающиеся постоянным множителем, описывают одно и тоже состояние**

Зная пси-функцию в некоторый начальный момент времени, решив УШ, можно однозначно определить для любого момента времени.

УШ является линейным и однородным. Этому соответствует физический принцип суперпозиции состояний. Множество пси-функций (векторов состояния, в обозначениях Дирака |) образует комплексное линейное векторное пространство над полем комплексных чисел: заданы операции умножения векторов на комплексные числа и сложение векторов, при выполнении которых получаем вектор, принадлежащий тому же пространству. Пси-функции – вектор этого пространства. Будем использовать слово «вектор» и «пси-функция» равноправно. Любая линейная комбинация векторов этого пространства и с постоянными комплексными числами даст вектор , принадлежащий этому пространству, описывающий некоторое возможное состояние частицы (физической системы). Вводится скалярное произведение двух векторов антилинейное по первому множителю и линейное по второму:

Линейное векторное пространство является прямым обобщением обычного трехмерного векторного пространства. Определение скалярного произведения является естественным обобщением скалярного произведения векторов трехмерного пространства. Скалярное произведение обладает свойством

=.

**Постулат 2.** **Каждая динамическая переменная *q* (*x,* представляется определенным линейным эрмитовым оператором** .

Оператором называется правило, с помощью которого каждой функции из некоторого множества функций сопоставляется функция из того же или иного множества функций. Операторы обозначаем: . Оператор называется линейным, если для любых функций из рассматриваемого множества функций и для любых постоянных чисел выполняется

)=.

Естественным образом определяется сумма и произведение операторов. Вообще говоря, . Говорят, что операторы не коммутируют. Их некоммутативность характеризует коммутатор

Если для оператора и функции выполняется соотношение

где – число, то называется собственной функцией, а – собственным значением оператора . Функция должна удовлетворять определенным условиям. Если это квантовомеханическая пси-функция, то она должна удовлетворять стандартным условиям.

Совокупность собственных значений оператора называется его спектром. Спектр может быть дискретным, непрерывным и их объединением. Собственные функции, отвечающие дискретному спектру собственных значений - квадратично интегрируемы, т.е. интеграл

сходится. В этом случае функцию можно нормировать на единицу. Для выполнения условия квадратичной интегрируемости, функция должна достаточно быстро стремиться к нулю на бесконечности: . Собственные функции, отвечающие сплошному спектру собственных значений – квадратично неинтегрируемы.

Если каждому собственному значению оператора принадлежит одна и только одна собственная функция , то спектр называется невырожденным. Если одному собственному значению отвечает несколько, например *,* различных линейно независимых собственных функций, то данное собственное значение называется вырожденным с кратностью вырождения . Любую функцию с заданным собственным значением можно представить как линейную комбинацию этих функций.

Оператор называется самосопряженным (эрмитовым), если для любых двух функций

или в других обозначениях

Основные свойства эрмитовых операторов:

1. **Собственные значения эрмитовых операторов – действительные числа.**

**2. Собственные функции (вектора) самосопряженного оператора, отвечающие различным собственным значениям ортогональны.**

Пусть и собственные функции оператора

Умножим соотношения на и соответственно и проинтегрируем по всему пространству

Вычитая из первого равенства последнее, приходим к формуле

При правая сторона формулы равна нулю лишь при условии . Собственные значения эрмитовых операторов – действительные числа.

При правая сторона формулы равна нулю лишь при условии

Собственные функции , отвечающие различным собственным значениям ортогональны

Проведем преобразования, используя обозначения Дирака (можно не читать):

3. **Система собственных функций самосопряженного оператора является полной (образует полную ортонормированную систему). Произвольную функцию, удовлетворяющую широкому классу условий, можно разложить по системе собственных функций:**

Вследствие ортогональности собственных функций , отвечающих различным собственным значениям

коэффициенты разложения

(при условии нормировки на единицу).

**Постулат 3.** **В состоянии измерение числового значения некоторой динамической переменной, представляемой оператором , с определенной вероятностью дает одно из собственных значений оператора Вероятность того, что при измерении будет получено значение равна . коэффициент разложения функции данного состояния по полной системе собственных функций оператора . Если пси-функция , то при измерениях с вероятностью *P*=1 мы будем получать значение . В таком состоянии физическая величина имеет определенное значение.**

В классической механике для описания движения частиц используются координаты, импульсы и другие физические величины – динамические переменные. В каждый момент времени они имеют определенные числовые значения. Основная задача описания движения частиц в классической механике состоит в определении зависимости динамических переменных от времени.

В квантовой механике можно говорить лишь о вероятности того или иного значения динамической переменной и о ее «среднем» значении.

В теории вероятностей среднее значение величины, принимающей значения с вероятностями вычисляется по формуле

С другой стороны

Таким образом, в квантовой механике среднее значение физической величины вычисляется по формуле